5

LEBIH LANJUT TENTANG AUTOMATA HINGGA

Dalam bab ini kita membicarakan lebih lanjut dan lebih rinci tentang Automata Hingga, yang telah disinggung pada bagian 4-2 yang lalu. Hal ini penting, karena Generator atau Pembangkit Scanner seringkali menghasilkan sebuah Scanner yang pada hakikatnya tak lain adalah sebuah Automata Hingga.

Kita mengenal tiga tipe dari Automata Hingga, yakni :

1. Automata Hingga Deterministik (AHD)
2. Automata Hingga Nondeterministik (AHN)
3. Automata Hingga Nondeterministik dengan transisi untai hampa.

Kedua tipe terakhir, kadang kala disebut sebagai *Graf Transisi*.

5-1 AUTOMATA HINGGA DETERMINISTIK (AHD)

Definisi dari AHD telah diberikan pada Bagian 4-2 yang lalu.

Berikut ini dua definisi yang memperluas serta melengkapi spesifikasi dari fungsi Stata-berikut M (pada bagian 4-2 kita notasikan sebagai f) :

(1) $M(q,\Lambda)$ = q, untuk semua q anggota K

(2) $M(q,tT)$ = $M(M(q,t),T)$, untuk semua t anggota V_T dan T anggota V^*_T

Dari definisi pertama, terlihat bahwa sebuah AHD tidak bisa mengubah Stata tanpa membaca sebuah karakter masukan. Definisi kedua adalah sebuah definisi yang bersifat rekursif, yang menunjukkan di Stata mana beradanya AHD, saat ia mulai di Stata q dengan mendapat input berupa untai w = tT. Definisi ini memperluas penggunaan fungsi M terhadap untai atas V^*_T, yang tadinya hanya didefinisikan bekerja terhadap elemen V_T.

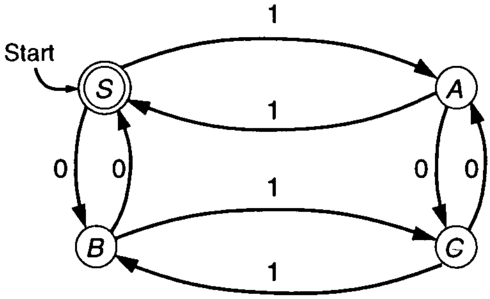
Sebuah untai w adalah *diterima* oleh sebuah AHD $F = (K,V_T,M,S,Z)$, jika $M(S,w) = p$, sedemikian sehingga w anggota V^*_T, dan p anggota Z.

Atau, dengan perkataan lain, untai w diterima oleh AHD, jika setelah membaca habis semua karakter dari untai, AHD berada pada sebuah Stata Akhir. Himpunan semua untai w anggota V^*_T yang diterima oleh AHD F dinotasikan sebagai L(F).

L(F) didefinisikan sebagai

$$L(F) = \{ w \mid M(S,w) \text{ anggota } Z, \text{ dan } w \text{ anggota } V^*_T$$

Sebagai contoh, perhatikan Gambar 5-1, yang merupakan Digraf Transisi dari sebuah AHD.



Gambar 5-1

AHD pada contoh ini merupakan sebuah AHD yang merima untai yang terdiri dari simbol 0 dan 1. Kita dapat menyatakan AHD kita ini sebagai berikut :

$$F = (\{S,A,B,C\},\{0,1\},M,S,\{S\})$$

di sini fungsi Stata-berikut M adalah :

M(S,0) = B	M(S,1) = A
M(A,0) = C	M(A,1) = S
M(B,0) = S	M(B,1) = C
M(C,0) = A	M(C,1) = B

Fungsi Stata-berikut dari AHD kadang-kadang lebih menyenangkan jika disajikan dalam bentuk Tabel. Tabel 5-1, merupakan Tabel Transisi dari AHD kita.

Tabel 5-1

Stata	input	
	0	1
S	B	A
A	C	S
B	S	C
C	A	B

Contoh dari untai yang dapat diterima AHD kita di atas adalah 110101, dan contoh untai yang tidak dapat diterima adalah 11101. Bagan operasi AHD pada kedua untai di atas diberikan pada Tabel 5-2.

Tabel 5-2

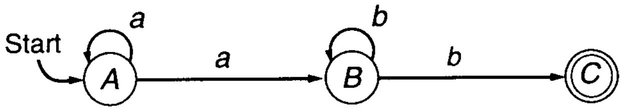
Input untai	
110101	11101
M(S,110101) = M(A,10101) = M(S,0101) = M(B,101) = M(C,01) = M(A,1) = M(S,Λ) = S(diterima)	M(S,11101) = M(A,1101) = M(S,101) = M(A,01) = M(C,1) = M(B,Λ) = B(ditolak)

5-2 AUTOMATA HINGGA NONDETERMINISTIK (AHN)

AHN pada hakikatnya adalah sama seperti AHD, hanya saja pada AHN dimungkinkan adanya transisi ke lebih dari satu Stata, dari dari sebuah Stata untuk karakter input yang sama. Di sini AHN dapat memiliki beberapa pilihan. Bagaimanapun juga, di sini AHN mempunyai sedikit keuntungan, yakni kelebih leluasaannya untuk membentuknya, bila diketahui bahasa yang diterimanya.

Untuk mendapatkan gambaran yang lebih jelas tentang AHN, diberikan sebuah AHN pada Gambar 5-2. AHN ini menerima untai berbentuk

$a^m b^n$, m, n >= 1



Gambar 5-2

Sebuah untai akan diterima AHN, jika sedikitnya satu urutan (jalur) transisi Stata, yang bersangkutan dengan pembacaan untai tersebut. berakhir pada suatu Stata Akhir.

Untuk Digraf AHN kita ini, terlihat bahwa jika AHN menerima sebuah untai, maka penelusuran kan tetap di Stata A sampai dengan karakter a yang terakhir, selesai dibaca. AHN kemudian berubah, mencapai Stata B, dan tetap pada Stata B tersebut sampai karakter *b* yang terakhir selesai dibaca. Selanjutnya, terjadi transisi menuju Stata C.

Definisi

AHN terdiri dari 5 tupel (K, V_T, M, S, Z) dengan:

1. Himpunan hingga Stata Internal yang tidak hampa K
2. Himpunan hingga simbol (alfabet) input V_T
3. Fungsi (Pemetaan) ***stata-berikut***

   $M : K \times V_T \rightarrow$ subhimpunan dari K

4. Himpunan Stata Awal S subhimpunan dari K
5. Himpunan Stata Akhir atau penerima Z, subhimpunan dari K

Di sini kita dapat menulis.

$$M(q,t) = \{p_1, p, \ldots, p_n\}$$

yang berarti bahwa dimungkinkan terjadi transisi dari Stata q menjadi Stata p_1, atau p_2, atau ..., atau p_n, apabila

sebuah karakter t anggota V_T, dibaca.

Fungsi Stata-berikut dari AHN dapat diperluas dengan definisi berikut:

1. $M(q,\Lambda)=\{q\}$, untuk setiap q anggota K, Λ adalah untai hampa
2. $M(q,tT)= U\ M(p_i,T)$, bila t karakter anggota V_T, dan T untai anggota V^*_T, serta $\{p_i\}$ adalah sama dengan $M(q,t)$
3. $M(\{q_1,q_2,\ldots q_n\},X)= U\ M(q_i,X)$, untuk X untai anggota V^*_T

Definisi pertama menerangkan bahwa jika input merupakan untai hampa, maka AHN harus tetap pada Stata yang sama.

Definisi kedua dapat ditulis

$$M(q,tT) = M(p_1,T)\ U\ M(p_2,T)\ U\ \ldots\ UM(p_n,T)$$

dengan

$$M(q,t) \text{ adalah } \{p_1,p_2,\ldots,p_n\}$$

Di sini M(q,tT) merupakan suatu himpunan Stata.

Definisi ketiga menjelaskan suatu pemetaan

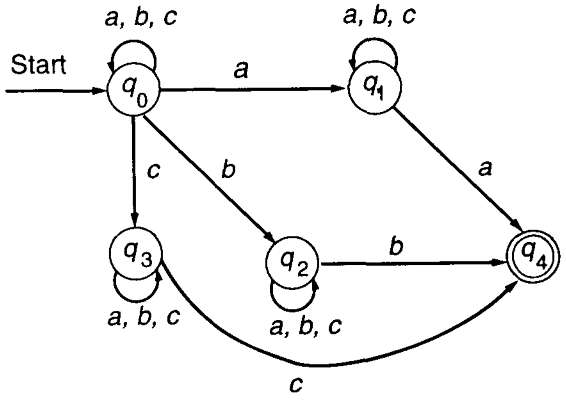
$$2^k\ X\ V^*_T \rightarrow \text{subhimpunan dari K}$$

Suatu untai X dikatakan diterima oleh sebuah AHN, jika sedikitnya ada satu Stata penerima terkandung dalam $M(q_0,X)$.
Di sini q_0 adalah Stata Awal dari AHN.

Sebagai contoh, untuk menggambarkan pembahasan kita ini, bayangkan sebuah AHN, yang menerima suatu himpunan untai, subhimpunan dari $\{a,b,c\}^*$, yang bersifat bahwa huruf Awal dan huruf Akhir dari untai adalah sama. Sebagai contoh, untai *bab* diterima, tetapi untai *cbbca* tidak diterima. Diberikan sebuah AHN sebagai berikut:

$$F=(\{q_0,q_1,q_2,q_3,q_4\},\{a,b,c,M,q_0,\{q_4\}).$$

Digraf untuk AHN ini diberikan dalam Gambar 5-3.



Gambar 5-3

Pemetaan M dapat didefinisikan pada Tabel 5-3,

Tabel 5-3. Tabel Transisi Sebuah AHN

Stata	Input symbol		
	a	b	c
q_0	$\{q_0,q_1\}$	$\{q_0,q_2\}$	$\{q_0,q_3\}$
q_1	$\{q_1,q_4\}$	$\{q_1\}$	$\{q_1\}$
q_2	$\{q_2\}$	$\{q_2,q_4$	$\{q_2$
q_3	$\{q_3\}$	$\{q_3\}$	$\{q_3,q_4\}$
q_4	Λ	Λ	Λ

Sebagai contoh, dengan input untai *aca*, nilai dari $M(q_0,aca)$ dapat ditentukan sebagai berikut:

Karena diketahui

$M(q_0,a)=\{q_0,q_1\}$

maka,

$M(q_0,aca)=M(q_0,ca)$ U $M(q_1,ca)$

dan karena

$M(q_0,c)=\{q_0,q_3\}$
$M(q_1,c)=\{q_1\}$

maka

$M(q_0,ca)=M(q_0,a)$ U $M(q_3,a)$
$=\{q_0,q_1\}$ U $\{q_3\}$
$=\{q_0,q_1,q_3$
$M(q_1,ca)=M(q_1,a)=\{q_1,q_4\}$

Sehingga

$$M(q_0,aca) = \{q_0,q_1,q_3\} \cup \{q_1,q_4\}$$
$$= \{q_0,q_1,q_2,q_3,q_4\}$$

dan karena $M(q_0,aca)$ memuat q_4, Stata Akhir, maka untai *aca* diterima.

Jadi, satu perbedaan yang nyata antara AHD dan AHN, adalah bahwa pada AHD, jika kita menggunakan penyajian Digraf , yakni berupa graph berarah, maka banyaknya lintasan penelusuran untuk suatu untai yang diterima Akseptor adalah unik. Sementara pada AHN, lintasan mungkin lebih dari satu.

Sementara itu, mungkin tampak bahwa AHN adalah lebih kuat dari AHD. Teorema berikut ini mengungkapkan bahwa hal di atas tidak benar. Teorema ini juga mengatakan suatu metode untuk mengkonversikan suatu AHN menjadi AHD yang ekivalen.

Teorema 5-1

$F = (K,V_T,M,S,Z)$ adalah AHN yang menerima himpunan untai L. Definisikan sebuah AHD $F' = (K',V_T,M',S',Z')$, sebagai berikut:

1. Alfabet dari himpunan Stata K' terdiri dari subhimpunan dari K. Setiap Stata anggota K' tersebut kita tulis sebagai $[S_1,S_2,...S_i]$, untuk i>= 1

   dengan:

   $S_1,S_2,...S_i$ adalah Stata dari K.

   Penulisan Stata $[S_1,S_2,..S_i]$ adalah terurut (jika belum urut, dapat kita urutkan lebih dahulu).

   Jadi Stata $[S_1,S_2]$ adalah sama dengan Stata $[S_2,S_1]$, dan kita tulis $[S_1,S_2]$.

2. Himpunan karakter input adalah sama

   $$V'_T = V_T$$

3. Pemetaan M' didefinisikan sebagai berikut:

   $M'([S_1,S_2,...S_i],t) = [R_1,R_2,...,R_j]$

   dengan

   $M(\{S_1,S_2,...,S_i\},t) = \{R_1,R_2,...,R_j\}$

4. Stata Awal dari F' adalah sama dengan Stata Awal dari F

5. Z' adalah himpunan dari semua Stata anggota K' yang memuat suatu unsur anggota Z.

maka himpunan untai yang diterima oleh F'adalah sama dengan yang diterima oleh F.

Bukti

Untuk pembuktian teorema ini, harus ditunjukkan bahwa l(F') = L(F).

Kita perlu menunjukkan bahwa $M'(S',x) = [P_1,P_2,...,P_i\}$

adalah sama dengan $M(S,x) = \{P_1,P_2,...,P_i\}$.

Hal ini dapat dilakukan dengan induksi pada panjang dari untai x. Hal ini benar untuk $|x| = 0$, karena $M'(S',\Lambda) = S'$, dan $S' = [S]$ dari pemetaan $M(S,\Lambda) = \{S\}$.

Asumsikan bahwa M'(S',x) adalah sama dengan M(S,x), untuk $|x| <= m$, adalah benar.

Kemudian untuk t anggota V_T

$$M'(S',xt) = M'(M'(S',x),t)$$

berdasarkan hipotesis induksi

$$M'(S',x) = [Q_1,Q_2,...,Q_j]$$

adalah sama dengan

$M(S,x)=\{Q_1,Q_2,...,Q_j\}$

dengan definisi, kita peroleh

$M'([Q_1,Q_2,...,Q_j],t) = [R_1,R_2,...,R_k]$

adalah sama dengan

$M(\{Q_1,Q_2,...,Q_j\},t) = \{R_1,R_2,...,R_k\}$

Berarti untuk $|x| <= m+1$, berlaku

$M'(S',xt) = [R_1,R_2,...,R_k]$

sama dengan

$M(S,xT)=\{R_1,R_2,...,R_k\}$

Maka terbukti bahwa L(F) = L(F').

Tabel 5-4

Stata	Input	
	a	b
q0	q0,q1	q2
q1	q0	q1
q2	q1	q0,q1

Konstruksi yang diberikan pada teorema dapat diaplikasikan pada setiap AHN.

Misalnya AHN F= ({q0,q1,q2},{a,b},M,q0,{q2}), dengan fungsi pemetaan M didefinisikan pada Tabel 5-4, dapat dikonversi menjadi suatu AHD sebagai berikut :

Tentukan $F'=(K', V_T, M', S', Z')$, dengan :

* V_T adalah sama seperti pada F, yakni {a,b}.
* Stata Awal adalah S' = [q0]
* Stata anggota K'; *pada mulanya* didefinisikan sebagai [q0],[q1] dan [q2]
* Pemetaan M' dapat segera diperoleh dari Tabel transisi untuk F. Pemetaan ketiga Stata di atas adalah :

M'([q0],a) = [q0,q1]   M'([q0],b) = [q2]

M'([q1],a) = [q0]   M'([q1],b) = [q1]

M'([q2],a) = [q1]   M'([q2],b) = [q0,q1]

Dari pemetaan di atas Stata baru tercipta, yakni [q0,q1].

Dari pemetaan M terhadap [q0,q1] :

M({q0,q1},a) = {q0,q1}   M({q0,q1},b) = [q1,q2]

maka pemetaan M' terhadaap Stata [q0,q1] didefinisikan sama, yakni sebagai

M'([q0,q1],a) = [q0,q1]   M'([q0,q1],b) = [q1,q2]

Dengan cara yang sama, Stata baru [q1,q2] yang tercipta, ditambahkan ke K', dan ditentukan pemetaan

M'([q0,q1],a) = [q0,q1]   M'([q1,q2],b) = [q0,q1]

Karena tidak ada Stata baru yang tercipta dengan definisi pemetaan terakhir, pembentukan AHD hampir selesai.

Sekarang kita tinggal mendefinisikan Himpunan Stata Akhir dari F', yang adalah Stata dari K' yang memuat suatu unsur dari Z.

Pada contoh ini, Himpunan Stata Akhir tersebut adalah

Z' = {[q2],[q1,q2]}

Pengertian dari Automata Hingga Nondeterministik dapat diperluas mencakup transisi Stata dengan untai hampa sebagai input. Hal ini dibahas pada sub bagian berikut ini. Sub bagian berikut tersebut juga menunjukkan bahwa suatu Automata Hingga akan menjadi lebih lemah, jika pada Automata Hingga tersebut diperkenankan terjadi adanya transisi Stata tatkala terbaca untai hampa.

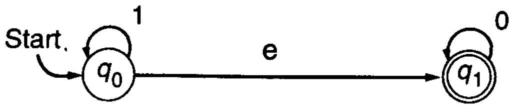
5-3 AHN DENGAN TRANSISI UNTAI HAMPA (TRANSISI-Λ)

Pada bagian ini, pada AHN diperbolehkan adanya transisi Stata dengan untai hampa digunakan sebagai input. Automata Hingga ini kita sebut *AHN dengan transisi-Λ*.

Seperti yang kita duga, Automata Hingga seperti itu kurang kuat lagi dibandingkan dengan Automata Hingga yang diperkenalkan pada subbagian terdahulu. Sungguhpun demikian, AHN dengan transisi-Λ ini merupakan suatu bentuk yang baik guna

menyajikan Ekspresi Regular.

Digraf Transisi untuk suatu AHN dengan transisi-Λ diberikan pada Gambar 5-4. Mesin ini menerima untai berbentuk 1^m0^n, m,n >= 0. Setelah membaca barisan simbol 1 dari untai input, Automata Hingga ini berubah ke Stata q_1, sebelum membaca 0 yang mengikutinya. Hal ini dilakukan dengan cara membaca untai hampa yang ditempatkan antara 1 terakhir dan 0 pertama.



Gambar 5-4

Definisi

Suatu Automata Hingga Nondeterministik dengan transisi-Λ adalah suatu tupel-5 (K,V_T,M,S,Z), dengan K, V_t, S, dan Z adalah sama seperti pada definisi yang lalu terhadap Automata Hingga Nondeterministik, dan M adalah pemetaan

$$K \times (V_T \cup \{\Lambda\} \rightarrow \text{subhimpunan dari } K$$

Dengan menggunakan definisi ini, AHN yang disajikan pada

Gambar4-8,dapat didefinisikansebagai :

$F = (\{q_0,q_1\},\{0,1\},M,q_0,\{q_1\}$

dengan fungsi pemetaan didefinisikan pada Tabel 5-5.

Tabel 5-5

Stata	Input	
	0	1
q_0	$[q_1]$	$[q_1]$
q_1	HAMPA	HAMPA

Sebelum dapat dibuktikan ekivalensi antara suatu AHN dengan transisi-Λ dan suatu AHN tanpa transisi-Λ, adalah perlu untuk mendefinisikan pemetaan M(q,x), untuk x anggota V_T^*.

Definisi

CLOSURE-Λ suatu subhimpunan dari F, Stata AHN dengan transisi-Λ, sedemikian sehingga CLOSURE-Λ untuk suatu Stata q, mengandung semua Stata yang dapat dicapai dari Stata q tersebut melalui transisi-Λ. Dinyatakan dengan *CLOSURE-Λ(q).*

Pada contoh Gambar 5-4, CLOSURE-Λ(q_0) = $\{q_0,q_1\}$, dan

CLOSURE-Λ(q_1)= $\{q_1\}$.

Perhatikan bahwa CLOSURE-Λ(q) untuk setiap Stata q selalu mengandung Stata q ter-sebut, karena suatu Stata selalu dapat dianggap mempunyai suatu transisi-Λ terhadap dirinya sendiri.

Lebih lanjut, jika P adalah himpunan Stata, maka CLOSURE-Λ(P) = U[CLOSURE-Λ(q)], untuk semua q anggota P.

Definisi CLOSURE-Λ ini, memungkinkan kita memperluas fungsi pemetaan dengan mendefinisikan

1. $M(q,\Lambda)$ = CLOSURE-$\Lambda(q)$
2. $M(q,tT)$ = CLOSURE-$\Lambda(P)$, sedemikian rupa sehingga t anggota V_T, T anggota V_T^*

   P = {s 1 r anggota M(q,t) dan s anggota M(r,T)} .

Sekarang barulah kita perlihatkan ekivalensi AHN dan AHN dengan transisi-Λ. Pembuktian teorem berikut, sekaligus memberikan metode untuk membentuk AHN tanpa transisi-Λ, dari AHN dengan transisi-Λ.

Teorema 5-2

Diketahui $F = (K,V_T,M,S,Z)$ suatu AHN dengan transisi-Λ. Akan ada suatu AHN F' *tanpa* transisi-Λ, sedemikian sehingga L(F) = L(F'). Dengan perkataan lain, sedemikian sehingga bahasa yang diterima oleh kedua Automata Hingga tersebut adalah sama.

Bukti:

Kita tentukan suatu AHN F' tanpa transisi-Λ sebagai berikut:

F' = (K,V_T,M',S,Z'), dengan K, V_T, dan S adalah sama untuk F dan F'
Z' = Z U {S} jika CLOSURE-Λ(S) memuat suatu Stata anggota Z
= Z dalam hal lain

dan M'(q,a) adalah sama dengan M(q,a) untuk q anggota K, dan a anggota V_T dengan M adalah fungsi pemetaan dari f yang diperluas untuk untai. Dengan melakukan induksi pada |x| adalah perlu untuk memperlihatkan bahwa M'(S,x) = M(S,x) bila |x| >= 1.

Jelas jika x = Λ, maka M'(S,Λ) = S, dan M(S,Λ) =CLOSURE-Λ(S) dan untuk F', S anggota Z jika suatu Stata Akhir termuat dalam CLOSURE-Λ(S) dari F.

Langkah induksi adalah sebagai berikut. Asumsikan

|x| >= 1, dan x = Tt untuk T anggota V_T^*, dan t anggota V_T. Maka

M'(S,Tt) = M'(M'(S,T),t)
= M'(M (S,T),t), dengan hipotesis induksi

Misalkan M(S,T) = P. Maka M'(P,t) = U M'(q,t) = U M(q,t) untuk setiap q anggota P.

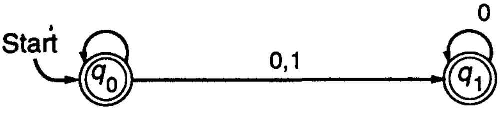
Sehingga, U M(q,t) = M(S,Tt),dan M'(S,Tt) = M(S,Tt)

Kita harus menunjukkan bahwa M'(S,x) memuat suatu Stata Akhir jika dan hanya jika M(S,x) memuat Stata Akhir. Telah ditunjukkan sebelum ini bahwa hal demikian terjadi pada kasus dengan x = Λ. Perhatikan untuk x = Tt dengan T anggota V_T^* dan t anggota V_T. Dengan konstruksi dari F', jika M(S,x) memuat suatu Stata Akhir, maka demikian pula M'(S,x). Kita juga harus menunjukkan kebalikannya. Artinya M(S,x) memuat suatu Stata Akhir jika M'(S,x) juga memuat Stata Akhir. Pandang M'(S,x) yang memuat suatu Stata Z' selain S. Maka M(S,x) harus memuat suatu Stata yang ber-sesuaian, katakanlah Z. Ini berasal dari konstruksi F'. Lebih lanjut jika S anggota M(S,x), maka mempunyai suatu Stata pada CLOSURE-Λ(S) dan F juga pada M(S,x) karena M(S,x) = CLOSURE-Λ(M(S,T),t).

Dengan menggunakan konstruksi dari pembuktian di atas, suatu AHN tanpa transisi-Λ dapat kita bentuk dari AHN dengan transisi-Λ contoh kita pada awal bagian ini. AHN F'= ($[q_0,q_1]$,{0,1},M',q_0,{q_0,q_1}) mempunyai fungsi pemetaannya seperti didefinisikan pada Tabel 5-6, dan Digraf Transisi untuk F' tersebut diberikan pada Gambar 5-5

Tabel 5-6

Stata	Input	
	0	1
q_0	$[q_1]$	$[q_1,1]$
q_1	$[q_1]$	HAMPA



Gambar 5-5

5-4 EKIVALENSI GRAMMAR REGULAR DAN AUTOMATA HINGGA

Ekivalensi Grammar Regular dan Automata Hingga ditunjukkan pada bagian ini. Pertama, diberikan suatu metode untuk mengkonstruksi suatu AHN dari Grammar Regular. Kemudian digambarkan suatu cara pengubahan suatu AHD ke Grammar Regular,

Dapat dibuktikan bahwa bahasa yang diterima oleh Automata Hingga Stata Hingga adalah sama dengan bahasa yang dapat dihasilkan oleh Grammar Regular.

Teorema dan pembuktiannya berikut memberikan prosedur untuk pengubahan suatu Grammar Regular ke sautu AHN.

Teorema 5-3

Ada suatu AHN F = (K,V_T,M,S,Z) yang menerima bahasa yang dihasilkan oleh Grammar Regular G = (V_N,V_T,S,Q).

Bukti

Tentukan AHN F dengan Stata K sebagai V_N U {X}, dengan X bukan anggota V_N. Stata Awal dari Automata Hingga adalah S (simbol start dari Grammar), dan Stata Akhirnya adalah X. Untuk masing-masing produksi Grammar, dibuat pemetaan M, dengan cara berikut :

1. A_j anggota $M(A_i,a)$, jika terdapat produksi

$$A_i \longrightarrow aA_j \text{ pada } G$$

2. A_i anggota $M(A_i,a)$, jika terdapat produksi

$$A_i \longrightarrow a \text{ pada } G$$

AHN F, ketika memproses kalimat x, mensimulasikan suatu turunan x pada Grammar G. Adalah perlu untuk menunjukkan bahwa

L(F) = L(G). Misal x = $a_1a_2....a_m$, m >= 1, pada bahasa L(G).

Kemudian ada beberapa turunan pada G sedemikian sehingga

$$\begin{aligned} S &\Longrightarrow a_1A_1 \\ &\Longrightarrow a_1a_2A_2 \\ &\Longrightarrow \ldots\ldots \\ &\Longrightarrow a_1a_2 \ldots a_m \end{aligned}$$

untuk suatu urutan nonterminal A_1A_2..... Dari konstruksi M, jelas bahwa $M(S,a_1)$ memuat A_1, $M(A_1,a_2)$ memuat a_2....

dan $M(A_{m-1},a_m)$ memuat X dan X anggota Z.

Untuk menggambarkan bagaimana suatu AHN dikonstruksi dari suatu Grammar Regular, perhatikan Grammar $G = (V_N,V_T,S,O)$

dengan

V_N = {S,A,B}, V_T = {a,b}, himpunan produksi O adalah :

1. $S \to aS$	3. $A \to aA$	5. $B \to b$
2. $S \to bA$	4. $A \to aB$	

Kita tentukan AHN $F = (K,V_T,M,S,Z)$ dengan K = {S,A,B,X}, V_T = {a,b}, Z = {X} dan M ditentukan oleh :

1. M(S,a) = {S}, dari produksi $S \to aS$
2. M(S,b) = {A}, dari produksi $S \to bA$
3. M(A,a) = {A,B}, dari produksi $A \to aA$ dan $A \to aB$.
4. M(B,b) = [B], dari produksi B ===> b
5. M(A,b) = M(B,a) = HAMPA, karena tidak ada produksi yang berkoresponsi dengan pemetaan.

F adalah suatu Automata Hingga Nondeterministik yang menerima bahasa yang digambarkan oleh Grammar Regular G.

Sama halnya seperti Automata Hingga Nondeterministik yang dapat dikonstruksi dari suatu Grammar Regular dengan cara yang cukup mudah, suatu Grammar Regular juga dapat diturunkan dari suatu Automata Hingga dengan cara yang sederhana. Teorem berikut ini, seperti teorema terdahulu, memberikan prosedur yang diperlukan, untuk membuat suatu Grammar dari AHN yang diketahui.

Teorema 5-4

Akan selalu ada Suatu Grammar Regular $G = (V_N, V_T, S, P)$, menghasilkan bahasa yang diterima oleh suatu AHD tertentu $F = (K, V_T, S, Z)$.

Bukti

Definisikan Grammar Regular G dengan Stata anggota K menjadi simbol Non-terminal dari G. Simbol start dari G adalah S (Stata Awal dari F), dan himpunan produksi P ditentukan sebagai berikut:

1. $A_i \rightarrow aA_j$ anggota P, jika $M(A_i,a) = A_j$
2. $A_i \rightarrow a$ anggota P jika $M(A_i,a) = A_j$, dan A_j anggota Z

Harus ditunjukkan bahwa S ===> .. ===> x, jika dan hanya jika M(S,x) anggota Z untuk $|x| >= 1$. Pada kasus $x = \Lambda$, dan M(S,x) anggota Z, tambahkan produksi $S \rightarrow \Lambda$ ke dalam P.

Misalnya $x = a_1 . a_2, \ldots, a_n$ anggota L(F), dan $n >= 1$.

Kemudian terdapat himpunan transisi :

$M(S,a_1) = A_1$

$M(A_1,a_2) = A_2$

....

$M(A_{n-1},a_n) = A_n$

dengan A_n adalah Stata Akhir dari F.

Jadi G memuat produksi

$S \rightarrow a_1A_1$

$A_1 \rightarrow a_2A_2$

....,

$A_{n-1} \rightarrow a_n$

dan Grammar G dapat menghasilkan untai yang diterima oleh F.

Sebaliknya jika x anggota L(G) , maka suatu penerimaan x pada F yang mensimulasi suatu derivasi pada G dapat diperoleh dengan mudah, sehingga kesimpulannya adalah bahwa x anggota L(P).

Untuk menggambarkan konversi suatu Automata Hingga ke Grammar Regular, perhatikan Automata Hingga F = ({S,A,B,C},{0,1},M,S,{S})

dengan fungsi pemetaan diberikan pada Tabel 5-7.

Tabel 5-7

Stata	Input	
	0	1
S	B	A
A	C	S
B	S	C
C	A	B

AHD ini menerima untai yang mempunyai sebanyak genap 0 dan sebanyak genap 1. Dengan menggunakan metode untuk mengkonstruksi Grammar Regular G seperti yang diberikan pada teorema 5-4, Grammar G didefinisikan sebagai G = ({S,A,B,C},{0,1},S,P) dengan himpunan Produksi P didefinisikan sebagai

1. S → 0B	5. A → 1S	9. B → 1C
2. S → 1A	6. A → 1	10. C → 0A
3. S → Λ	7. B → 0S	11. C → 1B
4. A → 0C	8. B → 0	

Karena S adalah juga Stata Akhir, Produksi S → Λ adalah juga anggota P.

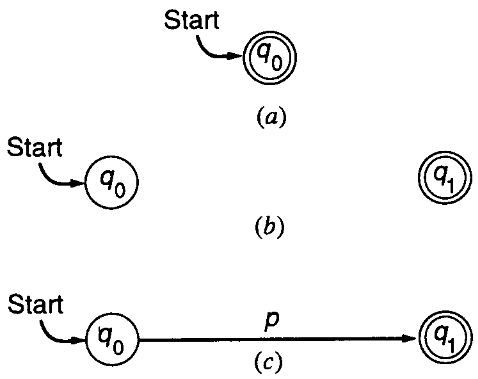
Karena AHN adalah ekivalen dengan AHD, konversi Automata Hingga ke Grammar Regular telah secara lengkap dinyatakan ditentukan oleh Teorema 5-3 dan 5-4. Jadi Grammar Regular dapat digunakan untuk menggmbarkan Scanner yang diimplementasikan sebagai suatu Automata Hingga. Meskipun demikian, nampaknya Ekspresi Regular lebih mudah digunakan untuk menyajikan Scanner. Ekivalensi Ekspresi Regular dengan Automata Hingga merupakan topik bagian berikut nanti.

5-5 EKIVALENSI EKSPRESI REGULAR DAN AUTOMATA HINGGA

Ekspresi Regular yang diperkenalkan pada bagian 4-3 seringkali merupakan suatu cara yang mudah untuk menyajikan Scanner. Pentingnya hal ini akan terbukti pada bagian berikut nanti, ketika disajikan Generator Scanner yang menggunakan Ekspresi Regular sebagai input. Bagian 5-6 ini akan menjelaskan secara rinci metode untuk menghasilkan suatu Automata Hingga dari suatu Ekspresi Regular, serta sebaliknya untuk mengubah Automata Hingga menjadi Ekspresi Regular. Untuk itu akan ditunjukkan bahwa Ekspresi Regular dan Automata Hingga tersebut adalah ekivalen, dengan mengingat teorema terdahulu, yakni bahwa untuk bahasa yang diturunkan dari suatu Grammar Regular, ada suatu Ekspresi Regular yang menunjukkan bahasa yang sama.

Secara konseptual, mudah untuk dipahami mengapa suatu Ekspresi Regular dapat dikonversi menjadi suatu Automata Hingga dengan menggunakan Digraf Transisi. Tetapi sebelum melanjutkan pembicaraan, adalah bermanfaat untuk memperlihatkan bagaimana ketiga Ekspresi Regular Λ, { } atau HAMPA, dan r, dengan r anggota V_T, disajikan sebagai suatu Digraf Transisi.

Gambar 5-6 menggambarkan Digraf Automata yang berkaitan dengan masing-masing Ekspresi ini. Ekspresi Λ digambarkan pada Gambar 5-6a. Di sini tidak terjadi transisi Stata. Digraf menerima untai Λ. Gambar 4-10b menunjukkan bahwa Ekspresi Regular { } tidak menerima untai apapun, termasuk Λ. Transisi yang terjadi pada Ekspresi Regular r, ditunjukkan pada Gambar 5-6c.



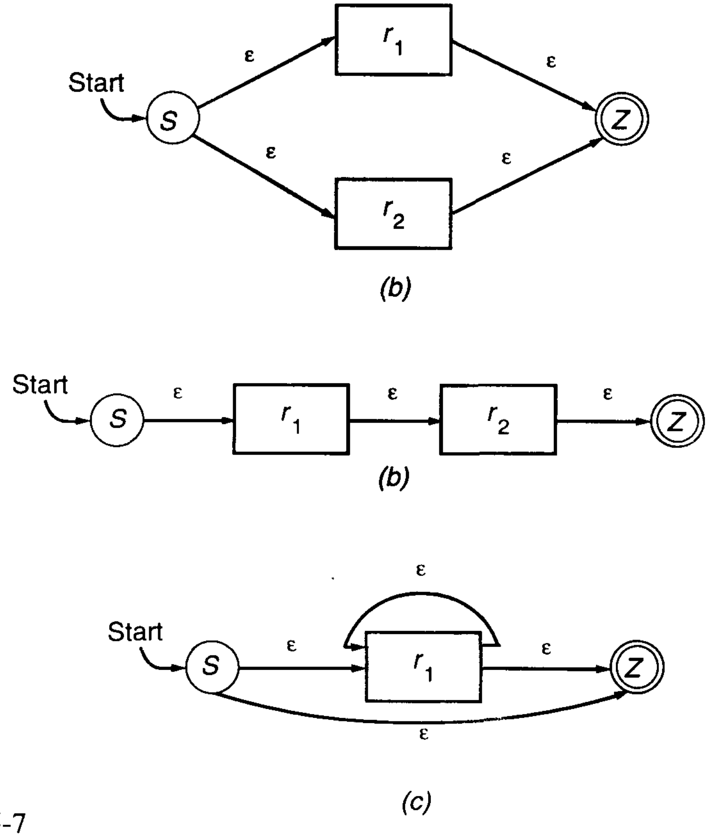
Gambar 5-6

Dengan beranjak dari Digraf Transisi gambar 5-6 yang menggambarkan Ekspresi Regular paling sederhana, maka Ekspresi Regular yang lebih kompleks dapat kita kembangkan, dengan menggunakan operasi alternasi, konkatenasi, serta closure.

Gambar 5-7 mengambarkan bagaimana dua Ekspresi Regular, r_1 dan r_2 dapat disajikan oleh suatu AHN dengan transisi-Λ, untuk masing-masing operasi di atas.

Pada masing-masing kasus, skita bentuk sebuah Stata Awal baru S, dan sebuah Stata Akhir baru Z.

Busur mengarah ke Ekspresi r_1 atau ke r_2 menggambarkan suatu transisi ke Stata Awal dari Automata asal yang mewikili Ekspresi tersebut. Sementara itu, busur yang mengarah ke luar dari Automata asal, menggambarkan suatu transisi dari Stata Akhir Automata asal ke Stata berikutnya.



Gambar 5-7

Digraf transisi untuk Ekspresi $r_1|r_2$ diberikan pada Gambar 5-7a. Automata Hingga ini harus menerima salah satu dari r_1 atau r_2. Di sini digambarkan transisi-Λ dari Stata Awal ke r_1, dan ke r_2, serta transisi-Λ dari masing-masing r_1 dan r_2 ke Stata Akhir. Di sini seolah-olah kita melakukan penggabungan secara *paralel.*

Konkatenasi digambarkan pada Gambar 5-7b, yakni menggambarkan Ekspresi r_1r_2. Di sini kita tambahkan, suatu transisi-Λ dari r_1 ke r_2, di samping transisi-Λ dari Stata Awal ke r_1, dan dari r_2 ke Stata Akhir. Di sini seolah-olah kita melakukan penggabungan secara *seri.*

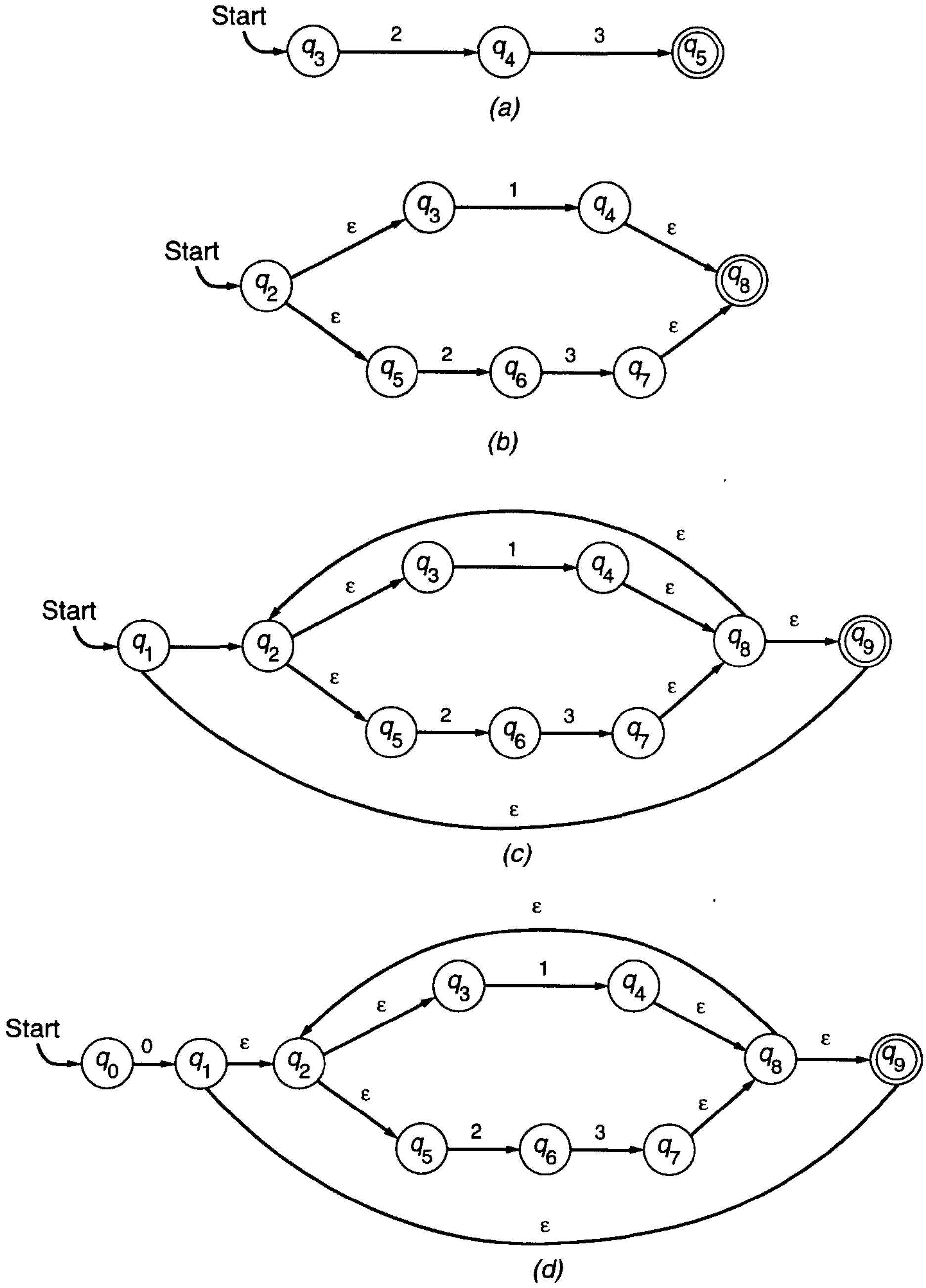
Gambar 5-7c menggambarkan Digraf Transisi untuk Ekspresi r^*. Transisi-Λ kita buat, dari Stata Akhir r_1 ke Stata Awalnya menggambarkan kemungkinan lebih dari satu pengulangan r.

Untai hampa dari Ekspresi dimungkinkan dengan menambahkan transisi -Λ dari Stata Awal S ke Stata Akhir Z.

Untuk menggambarkan secara lebih jelas, bagaimana penerapan aturan untuk membangun suatu AHN dengan transisi-Λ, dari Ekspresi Regular yang diketahui, baiklah kita pergunakan Ekspresi $0(1|23)^*$ sebagai contoh. Gambar 5-8 menunjukkan langkah yang diperlukan pada penciptaan Automata Hingga dari Ekspresi ini.

Dengan menulis kembali Ekspresi tersebut dalam bentuk *bertanda kurung penuh*, proses akan menjadi lebih mudah dikerjakan selangkah demi selangkah, dimulai dari operasi di dalam kurung terdalam.

Ekspresi kita, dapat ditulis sebagai $0(1|(23))^*$. Dengan simbol terminal adalah himpunan {0,1,2,3}. , maka operasi yang pertama dilakukan adalah konkatenasi dari dua Subekspresi 2 dan 3. Digraf untuk Ekspresi 23 yang dihasilkan, ditunjukkan pada Gambar 5-9a. Kemudian diterapkan operasi alternasi pada kedua Subekspresi 1 dan 23, yang menghasilkan Digraf Gambar 5-8b. Gambar 5-8c memberikan Digraf Automata Hingga untuk Ekspresi $(1|23)^*$u. Akhirnya 0 dikonkatenasikan dengan Ekspresi Gambar 5-8c yang menyajikan Ekspresi Regular keseluruhan, dan Automata Hingga yang dihasilkan diberikan pada Gambar 5-8d. Untuk mudahnya beberapa transisi-Λ pada Gambar 5-8a dihilangkan.


Start
q3
2
q4
3
q5
(a)
Start
q2
ε
q3
1
q4
ε
q8
ε
q5
2
q6
3
q7
ε
(b)
Start
q1
q2
q3
1
q4
q8
ε
q9
q5
2
q6
3
q7
ε
(c)
Start
q0
0
q1
ε
q2
q3
1
q4
q8
q9
q5
2
q6
3
q7
ε
(d)

Gambar 5-8

Teorema 5-5

Untuk suatu Ekspresi Regular R tertentu, maka ada suatu AHN F dengan transisi-Λ, yang menerima bahasa yang dihasilkan Oleh R.

Bukti

Hanya pembuktian secara garis besar yang diberikan untuk menjelaskan bagaimana suatu AHN dengan transisi-Λ dikonstruksi.

Rincian pembuktian ini dapat ditemukan pada Hopcraft dan Ullman (1979), hal. 30-32.

Pembuktian dilakukan dengan induksi pada masing-masing dari ketiga operator pada Ekspresi Regular. Pada kasus alternasi dengan AHN untuk kedua sub Ekspresi Regular r_1 dn r_2

adalah $F_1 = (K_1, V_{T1}, M_1, S_1, Z_1))$ dan $F_2 = (K_2, V_{T2}, M_2, S_2, Z_2)$, maka

AHN baru $F = (K, V_T, M, S, Z)$ didefinisikan sebagai berikut :

$V_T = V_{T1} \cup V_{T2}$

$K = K_1 \cup K_2 \cup \{S, X\}$, dengan $Z = \{X\}$

dan himpunan K_1, K_2 dan $[S, X]$ ketiganya saling lepas

$M = M_1 \cup M_2$

dengan tambahan pemetaan berikut:

$M(S, \Lambda) =. \{S_1, S_2\}$ dan

$M(Z_1, \Lambda) = M(Z_2, \Lambda) = \{X\}$

Untuk konkatenasi, AHN baru didefinisikan sebagai $F = (K, V_T, M, S, Z)$, dengan K dan V_T adalah sama seperti pada alternasi, dan fungsi pemetaan didefinisikan sebagai $M = M_1 \cup M_2$ dengan tambahan pemetaan

$M(S, \Lambda) = [S_1]$

$M(Z_1, \Lambda) = [S_2]$

$M(Z_2, \Lambda) = [X]$

Closure , diperlukan AHN $F' = (K', V_T, M', S', Z')$ yang dibentuk dari AHN asal $F = 9K, V_T, M, S, Z)$, dengan :

$K' = K \cup [S',X]$

$Z' = [X]$,

dan fungsi pemetaan M' adalah sama dengan M, dengan tambahan :
$M'(S',\Lambda) = M'(Z,\Lambda) = \{S,X\}$.

Ditunjukkan dengan induksi bahwa dengan penerapan suatu operator terhadap Ekspresi Regular seperti yang baru dijelaskan, Automata Hingga yang baru diciptakan akan menerima bahasa yang sama seperti yang disajikan oleh Ekspresi Regular baru hasil penerapan operator tersebut.

Dengan menggunakan Ekspresi Regular $0(1|23)^*$ dari contoh terdahulu, suatu Automata Hingga dapat dibentuk, yakni F = ({q0,q1,...,q9}, {0,1,2,3},M,q0,{q9},dengan fungsi pemetaan didefinisikan pada Tabel 5-8. AHN ini, dengan transisi-Λ, diciptakan dengan penerapan aturan konstruksi yang diberikan pada pembuktian terdahulu.

Tabel 5-8

	Input				
Stata	**0**	**1**	**2**	**3**	**Λ**
q0	{q1}	HAMPA	HAMPA	HAMPA	HAMPA
q1	HAMPA	HAMPA	HAMPA	HAMPA	{q2,q9}
q2	HAMPA	HAMPA	HAMPA	HAMPAo	{q3,q5}
q3	HAMPA	{q3}	HAMPA	HAMPA	HAMPA
q4	HAMPA	HAMPA	HAMPA	HAMPA	{q8}
q5	HAMPA	HAMPA	{q6}	HAMPA	HAMPA
q6	HAMPA	HAMPA	HAMPA	{q7}	HAMPA
q7	HAMPA	HAMPA	HAMPA	HAMPA	{q8}
q8	HAMPA	HAMPA	HAMPA	HAMPA	{q2,q9}
q9	HAMPA	HAMPA	HAMPA	oHAMPA	HAMPA

Kombinasi teorema sebelumnya dan teorema berikut akan menetapkan ekivalensi dari Ekspresi Regular dan Automata Hingga.

Karena AHN dan Grammar Regular juga ekivalen, maka Grammar Regular dan Ekspresi Regular adalah ekivalen.

Teorema 5-6

Diberikan sebuah AHD yang menerima bahasa L. Akan terdapat sebuah Ekspresi Regular yang menyajikan L.

Untuk bukti terinci, lihat Hopcroft and Ullman (1979), halaman 33 dan 34.

Untuk AHD F= ({q1,q2, ... , qn},V_T,M,S,Z),

$R_{ij,k}$ didefinisikan sebagai himpunan dari semua untai x,

sedemikian sehingga M(qi,x) = qj dan utuk setiap prefix dari x, katakanlah y, tetapi tidak termasuk x atau Λ, maka M(qi,y) = ql dan l <= k.

Jadi $R_{ij,k}$ adalah himpunan semua untai yang akan menelusuri Digraf dari Stata qi ke Stata qj tanpa mencapai Stata bernomor lebih besar dari k. Karena itu $R_{ij,k}$ didefinisikan Rij secara rekursif sebagai berikut:

$$R_{ij,k} = R_{ik,k-1}(R_{kk,k-1})^{*}R_{kj,k-1} \text{ U } R_{ij,k-1}$$

untuk k >= 1

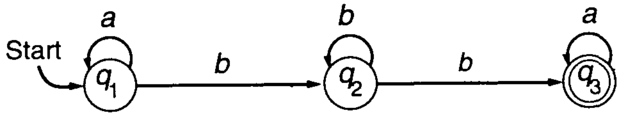
$$\begin{aligned} R_{ij,0} &= \{a| M(qi,a) = qj\} \text{ U } \{\Lambda\} && \text{jika } i = j \\ &= \{a| M(qi,a) = qj\} && \text{jika } i <> j \end{aligned}$$

Kemudian dapat diperlihatkan dengan induksi, bahwa untuk semua i, j, dan k, suatu Ekpresi Regular $r_{ij,0}$ yang menyajikan bahasa $R_{ij,k}$ dapat ditentukan, mulai dari $R_{ij,0}$ sebagai basisnya,

Akhirnya bahasa L yang diterima oleh F dapat ditentukan, yakni sebagai U{$R_{ij,n}$| untuk setiap q_j anggota Z}, dengan Stata nomor terbesar dari F adalah q_n. Jadi Ekspresi Regular adalah

$$r_{1j1,n} \mid r_{1j2,n} \mid \dots \mid r_{1jm,n}$$

dengan j1, j2, ... , jm adalah Stata Akhir dari F.



Gambar 5-9

Bukti dari Teorema 5-6 akan memberikan pula suatu prosedur untuk mendapatkan Ekspresi Regular penyajian dari bahasa yang diterima oleh AHD. Dapat dicatat bahwa persamaan di bawah ini:

$$R_{ij,k} = R_{ij,k-1}(R_{kk,k-1})^* R_{kj,k-1} \text{ U } R_{ij,k-1}$$

dapat disajikan oleh persamaan Ekspresi Regular

$$r_{ij,k} = r_{ij,k-1}(r_{kk,k-1})^* r_{kj,k-1} \mid r_{ij,k-1}$$

Berikut ini adalah sebuah contoh, bagaimana metode ini dapat digunakan untuk membentuk Ekpresi Regular dari Digraf Transisi sebuah AHD yang menerima untai berbentuk $a^m b^n a^p$, dengan m >= 0, n,p >= 1, pada gambar 4-13. Nilai dari semua $r_{ij,k}$ untuk AHD ini terdapat pada Tabel 5-9, setelah disederhanakan. Kolom pertama dari Tabel, untuk k = 0 memerlukan syarat bahwa suatu Stata intermediate tidak boleh lebih besar dariq_0. Karena Stata yang paling kecil adalah q_1, tiap Ekspresi $r_{ij,0}$ hanya dapat menghasilkan sebuah karakter tunggal atau sebuah Stata intermediate akan dibutuhkan guna pergi dari Stata qi ke Stata qj. Ekspresi dapat juga berupa untai hampa, yakni jika qi dan qj sama. Jadi Ekspresi $r_{11,9}$ adalah berupa Ekspresi untai hampa ataupun Ekspresi a, dan $r_{12,0}$ adalah Ekspresi b.

Ekspresi $r_{11,k}$, dengan k adalah 1, 2, dan 3, memberikan Ekspresi a^*. Stata q1 dapat menjadi sebuah Stata intermediate hanya jika q1 juga merupakan Stata Akhir.

Ekspresi untuk $r_{12,1}$ adalah a^*b karena hanya q1 dapat menjadi Stata intermediate.

Untuk Ekspresi $r_{12,2}$ dan $r_{12,3}$ adalah a^*bb^*, dengan Stata Intermediate q1 dan q2. Ekspresi $r_{12,2}$ dan $r_{12,3}$ adalah sama karena q3 tidak dapat menjadi Stata intermediate jika q2 adalah Stata Akhir. Karena Stata Akhir dari AHD ini hanyalah q3, maka Ekspresi Regular untuk AHD adalah $r_{13,3} = a^*bb^*aa^*$

Tabel 5-9

k	0	1	2	3
$r_{11,k}$	Λ|a	a^*	a^*	$a\}^*$
$r_{12,k}$	b	a^*b	a^*bb^*	a^*bb^*
$r_{13,k}$	HAMPA	HAMPA	a^*bb^*a	$a^*bb^*aa^*$
$r_{21,k}$	HAMPA	HAMPA	HAMPA	HAMPA
$r_{22,k}$	Λ|b	Λ|b	b^*	b^*
$r_{23,k}$	a	a	b^*a	b^*aa^*
$r_{31,k}$	HAMPA	HAMPA	HAMPA	HAMPA
$r_{32,k}$	HAMPA	HAMPA	HAMPA	HAMPA
$r_{33,k}$	Λ|a	Λ|a	Λ|a	a^*

Gambaran lebih lanjut bagaimana Ekspresi $r_{ij,k}$ diperoleh dan disederhanakan, berikut ini diberikan contoh sebagai berikut :

$r_{12,1}$ $= r_{11,0}\,(r_{11,0})^* r_{12,0} \mid r_{12,0}$

$= (\Lambda|a)\{\Lambda|a\}^* b|b$

$= (\Lambda|a)a^* b|b$

$= a^*b$

$_{3,2}$ $= r_{12,1}(r_{12,1}\}^* r_{23,1}|r_{13,1}$

$= a^*b\ (\Lambda|b)^*\ a|\text{HAMPA}$

$= a^*bb^*a|\text{HAMPA}$

$= a^*bb^*a$

$r_{31,3}$ $= r_{33,2}\,(r_{33,2})^* r_{31,2}|r_{31,2}$

$= (\Lambda|a)\ (\Lambda|a)^*\ \text{HAMPA}|\text{HAMPA}$

$= \text{HAMPA}|\text{HAMPA}$

$= \text{HAMPA}$

5-6 ALGORITMA MOORE UNTUK MENETAPKAN EKIVALENSI DUA AHD

Terdapat algoritma untuk menetapkan apakah 2 AHD A dan A', dengan Himpunan Simbol Input {a,b}, ekivalen. Algoritma ini dikemukakan oleh Moore, sebagai berikut :

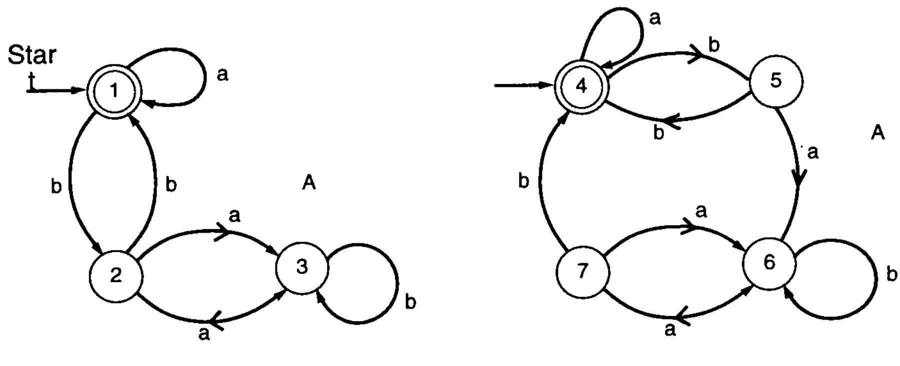
1. Mula-mula Simpul dari A dan A' diberi nama/label yang semuanya berbeda. Misal x dan x' berturut-turut adalah Simpul Awal dari A dan A'.
2. Kita buat Tabel perbandingan, yang terdiri atas 3 kolom. Elemen Tabel adalah pasangan (v,v'). Di sini v adalah Simpul dari A, dan v' dari A'.

   Elemen baris pertama kolom pertama adalah (x,x').
3. Secara Umum : untuk (v,v') di kolom pertama, kita tempatkan (v_a,v'_a) di kolom kedua, apabila Ruas Berarah berlabel a mengarah dari v ke v_a dan dari v' ke v'_a. Demikian pula pada kolom 3 kita tempatkan (v_b,v'_b).
4. Kalau suatu (v_a,v'_a) belum pernah muncul sebelumnya pada kolom pertama, maka kita tempatkan dia di kolom pertama. Perlakuan hal serupa untuk (v_b,v'_b).
5. Kalau selama proses pembuatan Tabel di atas, muncul pasangan (v,v') dengan v sebagai Simpul Penerima, sedangkan v' bukan ; atau sebaliknya, maka disimpulkan bahwa kedua AHD tersebut *tidak ekivalen*. Proses berhenti.

   Dalam hal lain, proses berhenti bila tidak ada lagi pasangan baru di kolom 2 ataupun di kolom 3. Kesimpulan kita, kedua AHD tersebut *ekivalen*.

Contoh

Apakah 2 AHD A dan A' berikut ini ekivalen ?



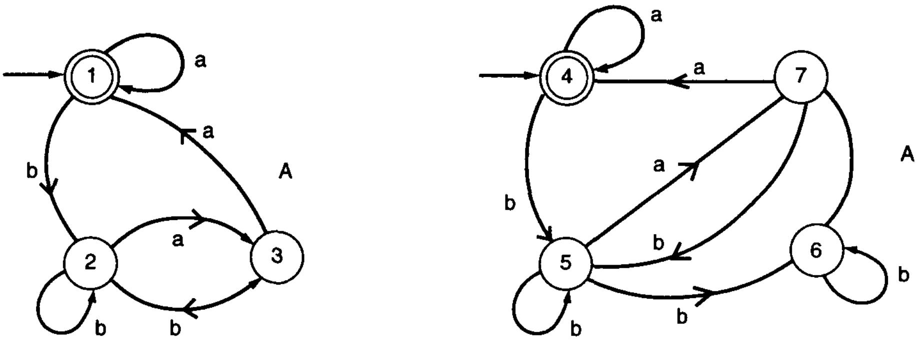
Gambar 5-10

Kita buat Tabel perbandingan sebagai Berikut :

(v, v')	(v_a, v'_a)	(v_b, v'_b)
(1, 4)	(1, 4)	(2, 5)
(2, 5)	(3, 6)	(1, 4)
(3, 6)	(2, 7)	(3, 6)
(2, 7)	(3, 6)	(1, 4)

Ke 2 AHD di atas ekivalen.

Soal : Apakah ke 2 AHD berikut ini ekivalen ?



Gambar 5-11

SOAL LATIHAN

5-1 Buat suatu AHD untuk menerima kalimat atas alfabet {a,b}, yang bersifat bahwa setiap a selalu diikuti langsung oleh b di kanannya. Sertakan Digraf AHD tersebut.

5-2 Cari suatu AHD yang ekivalen dengan AHN $F = (\{q_0, q_1, q_2\}, \{a,\}, M, q_0, \{q_2\})$ dengan pemetaan M ditentukan pada Tabel 5-10

Tabel 5-10

Stata	Input	
	a	b
q_0	$\{q_0,q_1]$	$[q_2]$
q_1	$\{q_0\}$	$\{q_1]$
q_2	$\{q_1,q_2]$	$\{q_0,q_1]$

5-3 Ubah AHN dengan transisi-Λ , yang ditentukan oleh

$F = (\{q_0, q_1, q_2\}, \{a, ab\}, M, q_0, \{q_2\})$

menjadi AHN tanpa transisi-Λ. Fungsi pemetaan diberikan pada Tabel 5-11.

Tabel 5-11

Stata	Input	
	a	b
q_0	$\{q_2]$	HAMPA
q_1	$\{q_1\}$	$\{q_0,q_2]$
q_2	$\{q_9,q_1]$	$\{q_1]$

5–4 Ubahlah AHN pada latihan 3 menjadi AHD

5–5 Buat AHN yang menerima semua untai atas alfabet {0,1} yang mempunyai paling tidak satu 1.

5–6 Ubahlah Grammar G ke suatu Automata Hingga. Di sini

$G = (\{A,B,C,D\},\{0,1\},A,P\}$, dan produksi P didefinisikan sebagai :

1. $A \to 0B$	4. $C \to 0C$	7. $D \to 0$
2. $A \to 1C$	5. $C \to 0D$	
3. $B \to 1A$	6. $C \to 1$	

5–7 Turunkan suatu Grammar Regular dari Automata Hingga $F = (\{A,B,C\}, \{A,B\},M,A,\{C\}\}$,dengan M didefinisikan pada Tabel 5-12.

Tabel 5-12

Stata	Input	
	a	b
A	A	B
B	A	C
C	C	B

5–8 Latihan ini menunjukkan suatu gagasan bahwa karena lebih dari satu Automata dapat menerima bahasa yang sama, hasil dari pengkonversian AHN ke AHD, kemudian AHD yang dihasilkan dikonversi ke Grammar Regular, dan akhirnya Grammar Regular kembali dikonversi ke ke AHN, dengan menggunakan metode-metode dari dua bagian terdahulu, tidak mesti menghasilkan AHN yang sama. Lakukan langkah ini pada Automata $(\{A,B,C,D,E\}, \{0,1,2\}, M,A,\{C,E\})$, dengan pemetaan ditentukan pada Tabel 5-13.

Tabel 5-13

Stata	Input		
	0	1	2
A	A,B	C	D
B	A	B,D	–
C	B	A,B	E
D	–	A,B,D	C
E	E	–	C,E

5–9. Ubah Ekspresi Regular

$((0|1)^*2)^*|(01)^*|10$

ke dalam sebuah Automata Hingga dalam bentuk Digraf Transisi.

5–10 Ulangi latihan 5–9 dengan menggunakan metode yang diperkenalkan pada pembuktian Teorema 5-5.

5–11 Buktikan bahwa metode penyusunan sebuah Automata Hingga dari sebuah Ekspresi Regular dengan menggunakan Digraf Transisi maupun metode dari Teorema 5-5 adalah sama.

5–12 Ubah AHD

F = ({A,B,C,D},{0,1,2},M,A,{B,D})

dengan fungsi pemetaan yang diberikan pada Tabel 5-14 menjadi sebuah Ekspresi Regular

Stata	Input		
	0	1	2
A	A	A	B
B	B	C	C
C	A	B	D
D	C	C	D

Tabel 5-14

5–13 Bentuklah AHD yang hanya menerima bahasa berisi semua untai dengan b sebagai huruf kedua. Tunjukkan Digraf serta Tabel Transisi dari AHD, dan tentukan pula Ekspresi Regular dari bahasa tersebut.

5–14 Bentuk sebuah AHD yang menerima Bahasa berisi semua untai dengan hanya a atau hanya b di dalamnya. Berikan Ekspresi Regular untuk Bahasa ini.

5–15 Gambar semua AHD atas alfabet {a,b} yang mempunyai tepat dua Stata. (Terdapat 48 mesin yang berbeda).
Kemudian Buat Tabel Transisi untuk semua AHD tersebut, serta tulis Ekspresi Regular untuk menyajikan Bahasa yang bersangkutan.

5–16 Kita katakan bahwa dua AHD adalah *berbeda* jika Digraf mereka tidak sama, tetapi adalah *ekivalen* jika mereka menerima Bahasayang sama. Berapa banyak bahasa yang berbeda disajikan oleh 48 mesin dari Soal 5-15.

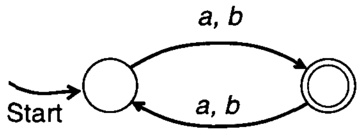
5–17 Tunjukkan bahwa tepat terdapat

$$3^6(8) = 5832$$

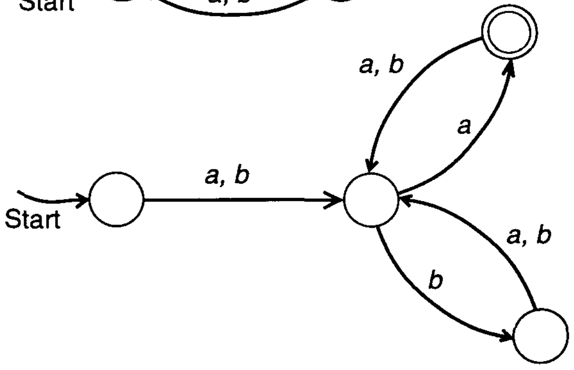
Automata Hingga yang berbeda dengan 3 stata x,y,z atas alfabet {a,b} dengan x selalu sebagai Stata Awal.

5–18 Bagaimanakah Bahasa yang diterima oleh AHD berikut ini ?

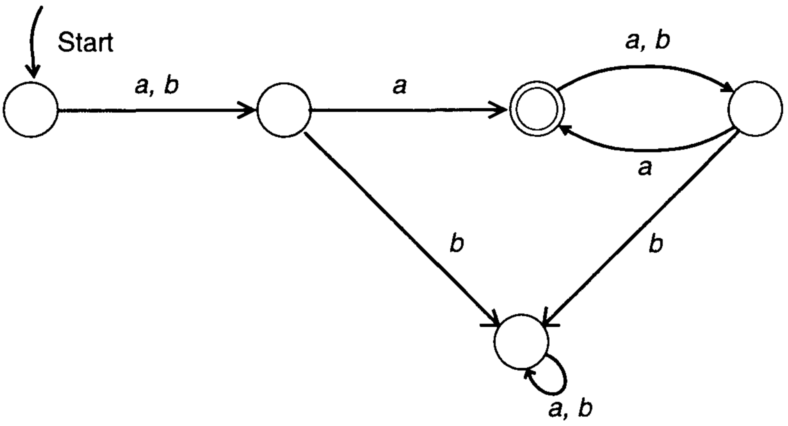
(i)



(ii)

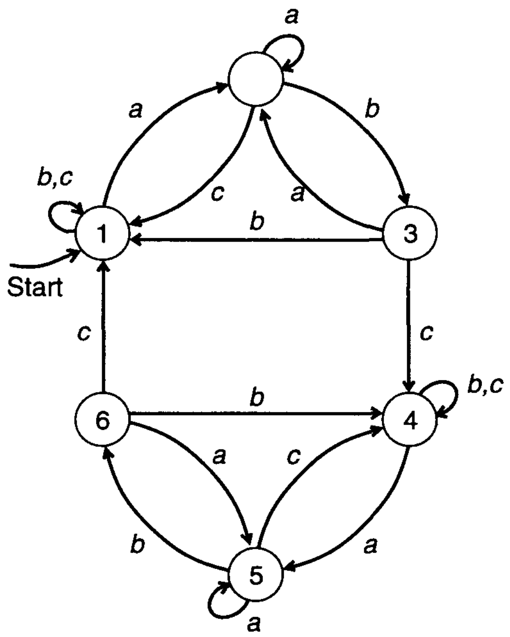


(iii)

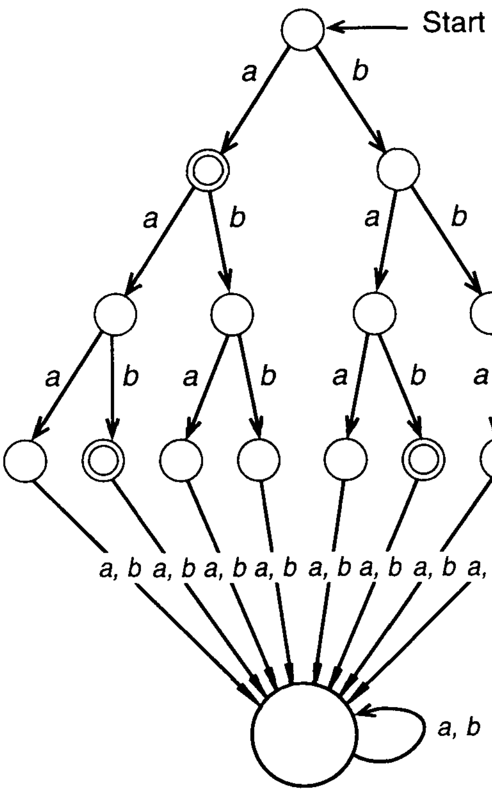


(iv) Tulis Ekspresi Regular untuk Bahasa yang diterima oleh ketiga mesin di atas.

5–19 Berikut ini sebuah AHD atas alfabet $\{a,b,c\}$. Buktikan bahwa ia menerima semua untai yang mempunyai sejumlah ganjil subuntai abc.



5–20 Pandang Automata Hingga berikut



(i) Tunjukkan bahwa untai input dengan panjang lebih dari 3 huruf, tidak diterima oleh Automata ini

(ii) Tunjukkan bahwa Automata ini, hanya menerima untai a,aab, dan bab.

(iii) Tunjukkan bahwa dengan hanya menukar tanda + kita dapat membuat AHD ini menerima Bahasa {bb,aba,bba}.

(iv) Tunjukkan setiap Bahasa dengan untai di dalamnya mempunyai kurang dari empat huruf dapat diterima oleh mesin serupa ini dengan tanda + di tempat lain.

(v) Buktikan bahwa jika L adalah suatu Bahasa yang hingga, maka terdapat beberapa AHD yang menerima L