

## TRANSFORMASI 2 DIMENSI

Transformasi merupakan metode untuk mengubah lokasi titik. Bila transformasi dikenakan terhadap sekumpulan titik yang membentuk sebuah benda maka benda tersebut akan mengalami perubahan. Transformasi dasar :

- translation (translasi)
- scaling (skala)
- rotation (putar)

### TRANSLATION

Transformasi geser adalah transformasi yang menghasilkan lokasi baru dari sebuah objek sejauh jarak pergeseran  $tr = (tr_x, tr_y)$ . Untuk menggeser benda sejauh  $tr$  maka setiap titik dari objek akan digeser sejauh  $tr_x$  dalam sumbu x dan  $tr_y$  dalam sumbu y.

$$(Q_x, Q_y) = (P_x + tr_x, P_y + tr_y)$$

Contoh :

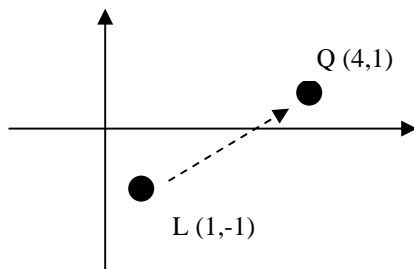
Jika diketahui titik L (1,-1) dan vektor translasi (3,2) maka hitung lokasi titik L yang baru setelah dilakukan translasi.

Jawab :

$L_x = 1$  dan  $L_y = -1$  dan  $tr_x = 3$   $tr_y = 2$  maka

$$\begin{aligned}(Q_x, Q_y) &= (L_x + tr_x, L_y + tr_y) \\ &= (1+3, -1+2) = (4,1)\end{aligned}$$

Jadi lokasi titik L yang baru adalah (4,1).

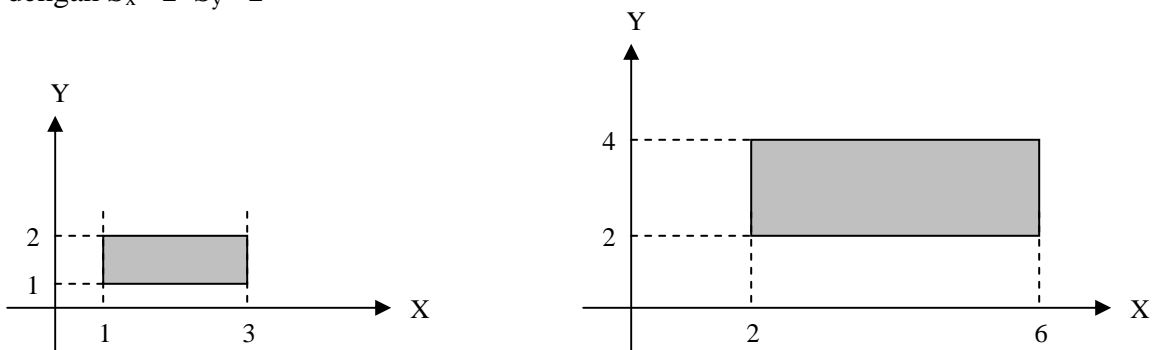


### SKALA

Berbeda dengan transformasi geser yang tidak mengubah bentuk objek, transformasi skala akan mengubah bentuk objek sebesar skala  $S_x$  dan  $S_y$  sehingga :

$$(Q_x, Q_y) = (P_x * S_x, P_y * S_y)$$

Contoh : Gambar berikut menunjukkan suatu objek setelah mengalami transformasi skala dengan  $S_x = 2$   $S_y = 2$



## ROTASI

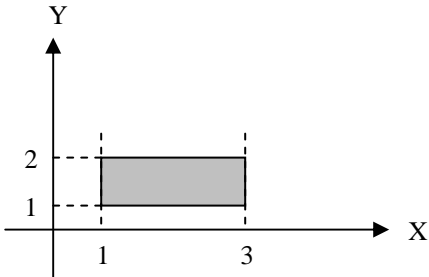
Pemutaran objek dilakukan dengan menggeser semua titik P sejauh sudut  $q$  dengan  $tr = 0$  dan titik pusat pemutaran berada di titik  $(0,0)$ , sehingga :

$$Q_x = P_x \cos(\theta) - P_y \sin(\theta)$$

$$Q_y = P_x \sin(\theta) + P_y \cos(\theta)$$

Contoh :

Objek berikut diputar sebesar  $60^\circ$



Dari gambar diperoleh koordinat titik sudut dari objek tersebut adalah  $P_1 = (1,1)$ ,  $P_2 = (3,1)$ ,  $P_3 = (3,2)$ ,  $P_4 = (1,2)$ . Objek diputar  $60^\circ$  dengan titik pusat  $(0,0)$ , maka :

$$Q_{1x} = P_{1x} \cos(\theta) - P_{1y} \sin(\theta)$$

$$Q_{1y} = P_{1x} \sin(\theta) + P_{1y} \cos(\theta)$$

$$Q_{1x} = 1 * \cos(60) - 1 * \sin(60) = (1 * 0,5) - (1 * 0,866) = -0,36$$

$$Q_{1y} = 1 * \sin(60) + 1 * \cos(60) = (1 * 0,866) + (1 * 0,5) = 1,36$$

$$Q_1 = (-0,36, 1,36)$$

dengan cara yang sama akan diperoleh :

$$Q_{2x} = 3 * \cos(60) - 1 * \sin(60) = (3 * 0,5) - (1 * 0,866) = 0,63$$

$$Q_{2y} = 3 * \sin(60) + 1 * \cos(60) = (3 * 0,866) + (1 * 0,5) = 3,09$$

$$Q_2 = (0,63, 3,09)$$

$$Q_{3x} = 3 * \cos(60) - 2 * \sin(60) = (3 * 0,5) - (2 * 0,866) = -0,23$$

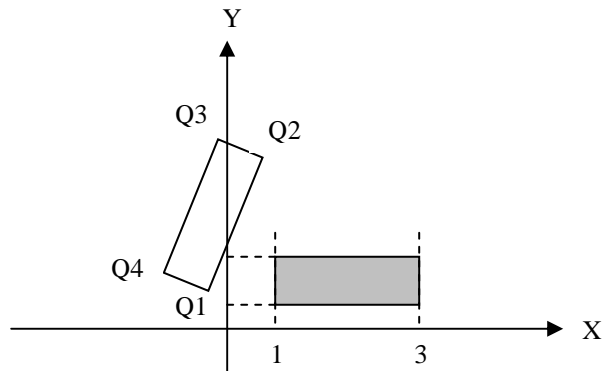
$$Q_{3y} = 3 * \sin(60) + 2 * \cos(60) = (3 * 0,866) + (2 * 0,5) = 3,59$$

$$Q_3 = (-0,23, 3,59)$$

$$Q_{4x} = 1 * \cos(60) - 2 * \sin(60) = (1 * 0,5) - (2 * 0,866) = -1,23$$

$$Q_{4y} = 1 * \sin(60) + 2 * \cos(60) = (1 * 0,866) + (2 * 0,5) = 1,86$$

$$Q_4 = (-1,23, 1,86)$$



### SKALA ATAU ROTASI MENGGUNAKAN SEMBARANG TITIK PUSAT

Seperti telah dijelaskan sebelumnya, skala dan rotasi menggunakan titik (0,0) sebagai titik pusat transformasi. Agar dapat menggunakan sembarang titik pusat (Xt,Yt) sebagai titik pusat maka transformasi dilakukan dengan urutan :

1. Translasi (-Xt, -Yt)
2. Rotasi atau Skala
3. Translasi (Xt,Yt)

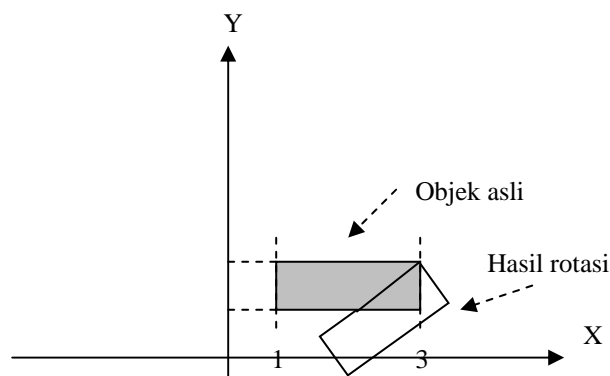
Contoh :

Dengan menggunakan objek persegi panjang sebelumnya, putar objek sebesar  $60^\circ$  dengan titik pusat (3,2).

Jawab :

Karena objek diputar pada titik pusat (3,2) maka sebelum dilakukan pemutaran objek harus ditranslasikan sebesar (-3,-2), setelah itu objek diputar sebesar  $60^\circ$  dan kemudian hasil pemutaran ditranslasikan sebesar (3,2).

1. Translasi sebesar (-3,-2) :  
 $Q1 = (1 - 3, 1 - 2) = (-2, -1)$   
 $Q2 = (3 - 3, 1 - 2) = (0, -1)$   
 $Q3 = (3 - 3, 2 - 2) = (0, 0)$   
 $Q4 = (1 - 3, 2 - 2) = (-2, 0)$
2. Titik Q1,Q2,Q3,Q4 dirotasikan sebesar  $60^\circ$  :  
 $Q1' = (-0.134, - 2.232)$   
 $Q2' = (0.866, - 0.5)$   
 $Q3' = (0,0)$   
 $Q4' = (-1.0, - 1.732)$
3. Titik Q1',Q2', Q3',Q4' ditranslasikan sebesar (3,2) :  
 $Q1'' = (2.866, - 0.232)$   
 $Q2'' = (3.866, - 1.5)$   
 $Q3'' = (3, 2)$   
 $Q4'' = (2, 0.268)$



## TRANSFORMASI HOMOGENEOUS

- Transformasi yang sudah dibahas sebelumnya baik di titik pusat (0,0) maupun di sembarang titik merupakan *transformasi linear*.
- Transformasi juga dapat dilakukan dengan menggunakan matriks transformasi yang menggabungkan transformasi translasi, penskalaan dan rotasi ke dalam satu model matriks atau sering disebut juga sebagai *transformasi homogeneous*.
- Isi dari matriks transformasi bergantung pada jenis transformasi yang dilakukan :

Translasi : 
$$M = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ Tr_x & Tr_y & 1 \end{bmatrix}$$

Skala : 
$$M = \begin{bmatrix} S_x & 0 & 0 \\ 0 & S_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Rotasi : 
$$M = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Transformasi dilakukan dengan menggunakan rumus :

$$[x' \ y' \ 1] = [x \ y \ 1] * M$$