

**BAB IV**  
**FUNGSI ALIH PENGENDALIAN**

Fungsi alih (*transfer function*) adalah perbandingan kendali, yakni perbandingan antara keluaran suatu sistem pengendalian terhadap masukannya. Fungsi transfer dapat ditulis dalam bentuk :

$$TF(s) = \frac{C(s)}{R(s)} \dots\dots\dots [4.1]$$

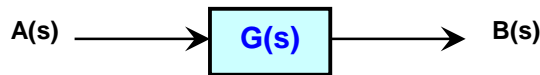
dimana :

C(s) adalah keluaran sistem pengendalian dan R(s) merupakan masukannya

Untuk mencari fungsi alih suatu sistem pengendalian ada beberapa hal perlu dipahami yaitu masalah diagram blok (*block diagram*) dan operasi-operasinya serta diagram aliran sinyal (*signal flow diagram*). Pada bagian ini akan dikupas mengenai diagram blok sederhana, diagram blok dengan masukan lebih dari satu (*multi input*), penggunaan aturan aljabar digram blok dan penentuan fungsi alih dengan diagram aliran sinyal.

**4.1. Diagram Blok**

Biasanya suatu sistem pengendalian digambarkan dalam bentuk diagram blok, dimana pada setiap diagram blok tersebut menggambarkan model matematika sistem pengendalian atau komponennya. Penggambaran dengan diagram blok merupakan cara yang sering dipergunakan untuk sebuah sistem pengendalian. Bentuk diagram blok digambarkan dalam bentuk kotak persegi.



**Gambar 4. 1 Diagram Blok 1 gain**

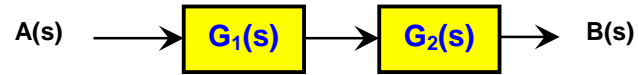
Pada gambar 4.1 tersebut berlaku hubungan :

$$G(s) = \frac{B(s)}{A(s)} \dots\dots\dots [4.2]$$

dengan G(s) ialah penguatan(gain) dari diagram blok, B(s) keluaran, A(s) masukan

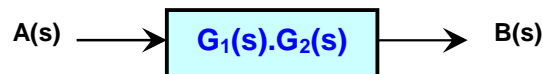
#### 4.1.1. Diagram blok disusun seri

Apabila ada dua blok yang berdampingan cara penyelesaiannya adalah dengan mengubah bentuk menyerupai gambar 4.1



Gambar 4. 2 Diagram Blok 2 gain

Perubahan diagram blok gambar 4.2 menjadi



Gambar 4. 3 Diagram Blok 1 gain hasil penggabungan

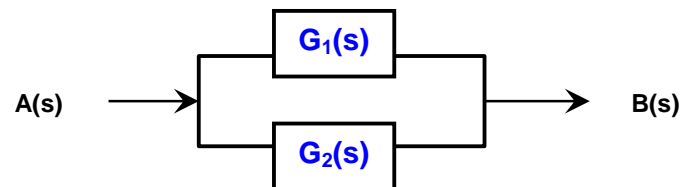
Dengan mengubah menjadi gambar 4.3 maka penyelesaian akan menjadi lebih mudah karena problem ini mirip dengan gambar 4.1. Hasil penyelesaian

$$G_1(s).G_2(s) = \frac{B(s)}{A(s)} \text{ atau } B(s) = G_1(s).G_2(s).A(s)$$

Aturan ini akan berlaku untuk penggabungan beberapa gain lebih dari dua dan ini akan diperjelas pada bagian aturan aljabar diagram blok.

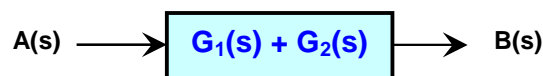
#### 4.1.2. Diagram blok disusun paralel

Apabila ada dua blok yang disusun seperti gambar 4.4 maka bisa diubah ke bentuk gambar 4.5



Gambar 4. 4 Diagram Blok 2 gain paralel

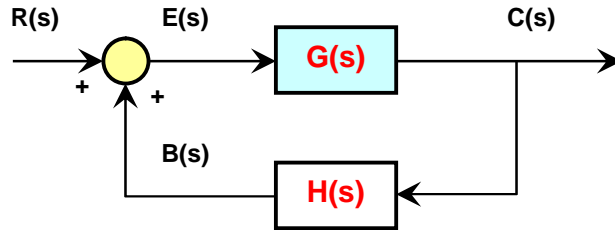
Perubahan diagram blok gambar 4.4 menjadi



Gambar 4. 5 Diagram Blok 1 gain hasil penggabungan

### 4.1.3. Sistem Pengendalian Loop Tertutup

Sistem pengendalian loop tertutup digambarkan seperti pada gambar 4.6.



Gambar 4. 6 Sistem pengendalian loop tertutup umpan balik positif

Fungsi alih sistem pengendalian loop tertutup dicari dengan tahapan sebagai berikut. Dari gambar 4.6 didapatkan hubungan :

$$C(s) = G(s).E(s) \text{ atau } E(s) = \frac{C(s)}{G(s)} \dots\dots\dots [4.3]$$

$$B(s) = H(s).C(s) \dots\dots\dots [4.4]$$

sesuai hukum Kirchoff pada titik pertemuan berlaku hubungan yang pernyataan bahwa jumlah yang masuk sama dengan jumlah yang keluar , sehingga diperoleh

$$E(s) = R(s) + B(s) \dots\dots\dots [4.5]$$

Apabila persamaan 4.3 dan 4.4 disubsitusi ke persamaan 4.5 diperoleh

$$\frac{C(s)}{G(s)} = R(s) + H(s).C(s) \dots\dots\dots [4.6]$$

$$C(s) = G(s).R(s) + G(s).H(s).C(s) \dots\dots\dots [4.7]$$

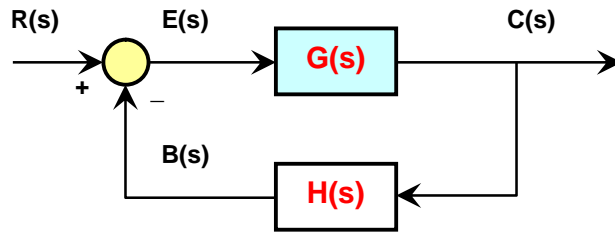
$$C(s) - G(s).H(s).C(s) = G(s).R(s) \dots\dots\dots [4.8]$$

$$C(s) [1 - G(s).H(s)] = G(s).R(s) \dots\dots\dots [4.9]$$

atau :

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G(s)}{1 - G(s).H(s)} \dots\dots\dots [4.10]$$

Persamaan 4.10 inilah yang menunjukkan fungsi alih dari sistem pengendalian simpal tertutup (*closed loop transfer function*) dengan umpan balik positif (*positif feedback*), sedangkan untuk sistem pengendalian umpan balik negatif ditunjukkan gambar 4.7.



Gambar 4. 7 Sistem pengendalian loop tertutup umpan balik negatif

Pada sistem pengendalian umpan balik negatif gambar 4.7 diperoleh

$$C(s) = G(s).E(s) \text{ atau } E(s) = \frac{C(s)}{G(s)} \dots\dots\dots [4.11]$$

$$B(s) = H(s).C(s) \dots\dots\dots [4.12]$$

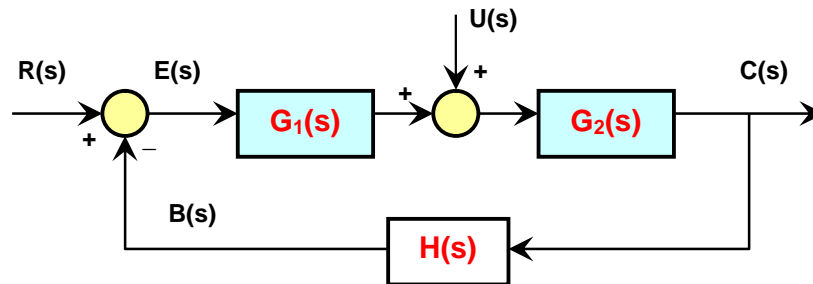
$$E(s) = R(s) - B(s) \dots\dots\dots [4.13]$$

Perbedaan dengan umpan balik positif terletak pada tandanya yakni negatif, sehingga dengan cara yang sama diperoleh penyelesaian

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G(s)}{1 + G(s).H(s)} \dots\dots\dots [4.14]$$

#### 4.1.4. Sistem Pengendalian Loop Tertutup dengan Gangguan

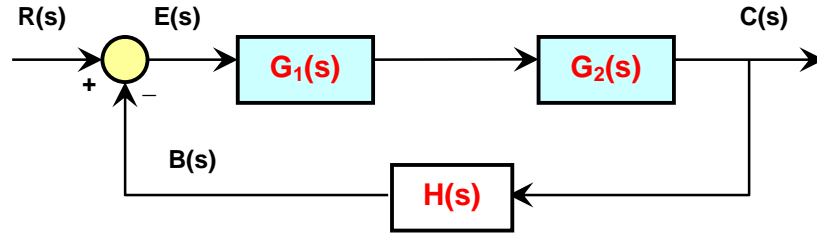
Sistem pengendalian loop tertutup dengan satu gangguan (*disturbance*) ditunjukkan pada gambar 4.8.



Gambar 4. 8 Sistem pengendalian loop tertutup dengan gangguan

Untuk mencari fungsi alihnya dilakukan dengan cara sebagai berikut :

- Langkah pertama menganggap pengaruh gangguan  $U(s)=0$ , sehingga sistem pengendalian gambar 4.8 akan berubah menjadi seperti gambar 4.9.

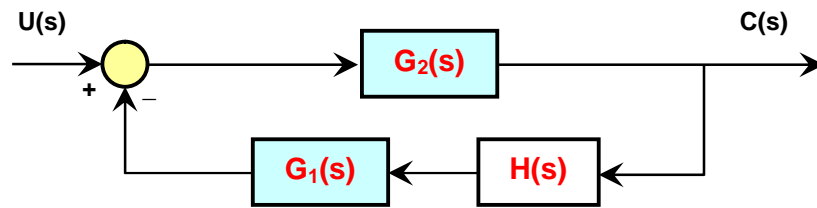


Gambar 4.9 Sistem pengendalian gambar 4.8 dengan  $U(s)=0$

Dengan demikian fungsi alih dari gambar 4.9 dapat dicari dari persamaan 4.14, dimana  $G(s) = G_1(s).G_2(s)$ , sehingga fungsi alihnya adalah:

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G_1(s) \cdot G_2(s)}{1 + G_1(s) \cdot G_2(s) \cdot H(s)} \dots\dots\dots [4.15]$$

- Langkah kedua menganggap bahwa masukan referensi  $R(s)=0$ , sehingga sistem pengendalian gambar 4.8 menjadi seperti gambar 4.10



Gambar 4.10 Sistem pengendalian gambar 4.8 dengan  $R(s)=0$

dengan cara yang sama dapat dicari fungsi alih sistem pengendalian gambar 4.10. Di sini  $G(s)=G_2(s)$  dan  $H(s)=G_1(s) \cdot H(s)$ , sehingga fungsi alihnya :

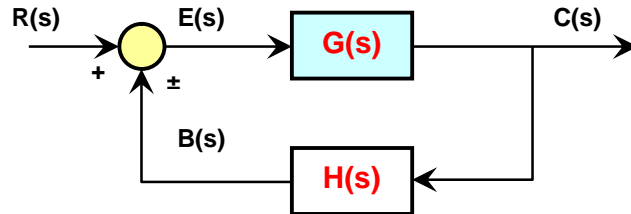
$$\frac{C(s)}{U(s)} = \frac{G_2(s)}{1 + G_1(s) \cdot G_2(s) \cdot H(s)} \dots\dots\dots [4.16]$$

- Selanjutnya fungsi alih keseluruhan (*overall transfer function*) sistem pengendalian pada gambar 4.8 adalah penjumlahan penyelesaian langkah satu dan langkah dua, yaitu:

$$C(s) = \frac{G_1(s) \cdot G_2(s) \cdot R(s)}{1 + G_1(s) \cdot G_2(s) \cdot H(s)} + \frac{G_2(s) \cdot U(s)}{1 + G_1(s) \cdot G_2(s) \cdot H(s)} \dots\dots\dots [4.17]$$

#### 4.1.5. Bentuk Kanonik Sistem Pengendalian Umpanbalik

Konfigurasi yang dihasilkan dari penyederhanaan gambar 4.9 disebut bentuk kanonik dari suatu sistem pengendalian umpanbalik. Apabila  $G_1G_2$  diwakili  $G$ , maka bentuk konfigurasi bisa digambarkan menjadi gambar 4.11 :



Gambar 4. 11 Bentuk kanonik sistem pengendalian umpanbalik

dengan :

$G$  = fungsi alih langsung atau fungsi alih maju

$H$  = fungsi alih umpan balik

$GH$  = fungsi alih untaian atau fungsi alih untaian -terbuka

$C/R$  = fungsi alih untaian tertutup atau perbandingan kendali

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G(s)}{1 \mp G(s).H(s)} \dots\dots\dots [4.18]$$

$E/R$  = perbandingan insyarat penggerak atau perbandingan sesatan

$$\frac{E(s)}{R(s)} = \frac{1}{1 \mp G(s).H(s)} \dots\dots\dots [4.19]$$

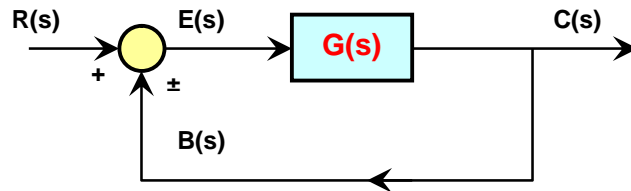
$B/R$  = perbandingan umpanbalik primer

$$\frac{B(s)}{R(s)} = \frac{G(s).H(s)}{1 \mp G(s).H(s)} \dots\dots\dots [4.20]$$

Dalam rumus-rumus tersebut tanda – dipergunakan untuk menggambarkan sistem umpan balik positif, sedang tanda + dipergunakan untuk menggambarkan sistem umpan balik negatif.

#### 4.1.6. Sistem Umpanbalik Satuan

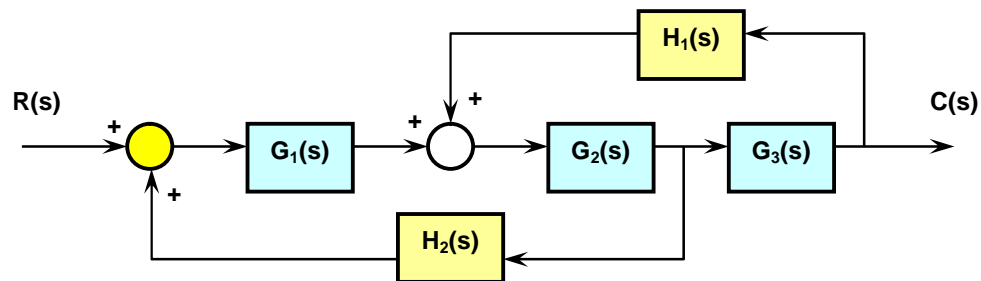
Umpanbalik satuan adalah sistem pengendalian yang mempunyai umpan balik primer  $B(s)$  sama dengan keluaran terkendali  $C(s)$  atau bisa dikatakan bahwa nilai  $H(s)=1$ .



Gambar 4. 12 Sistem umpanbalik satuan

#### 4.1.7. Aturan Aljabar Diagram Blok

Untuk memahami aturan aljabar diagram blok maka perhatikan problem diagram blok gambar 4.13.



Gambar 4. 13 Diagram blok dengan 2 loop yang saling bersinggungan

Sistem diagram tersebut meskipun sederhana ternyata agak kompleks. Dalam kasus tersebut fungsi alih sulit ditentukan karena ada dua loop tertutup yang saling mempengaruhi terhadap sistem. Untuk memudahkannya biasanya digunakan aturan aljabar diagram blok (*blok diagram algebra*). Tabel 4.1 berisi aturan-aturan perubahan dari satu bentuk diagram blok ke bentuk lainnya yang lebih sederhana sehingga memudahkan mencari fungsi alihnya. Yang perlu diingat bahwa perubahan bagaimanapun bentuknya harus tidak mengubah fungsi alih sistem yang dicari.

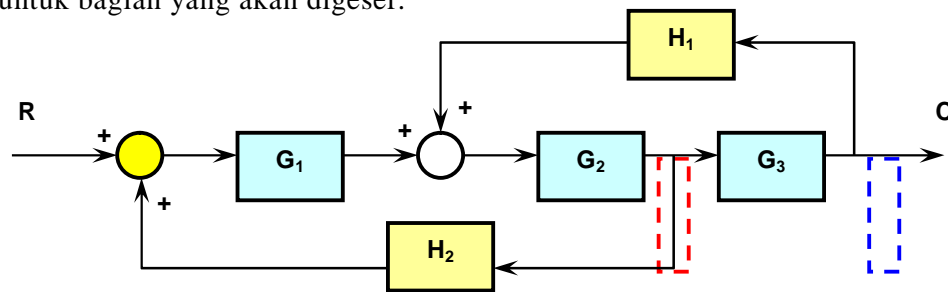
Tabel 4.1. Aljabar diagram blok

No	Diagram blok	Diagram aliran sinyal
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		



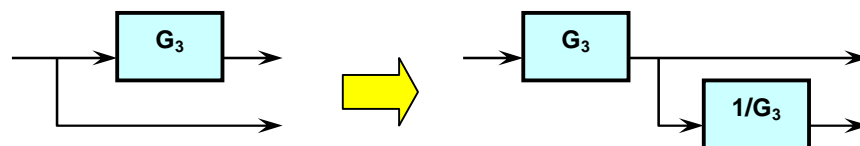
Untuk menggunakan tabel 4.1, di sini akan dibahas problem sistem pengendalian pada gambar 4.13. Pada sistem pengendalian ini pencarian fungsi alih secara langsung jelas akan mengalami kesulitan. Sistem tersebut harus disederhanakan sehingga memudahkan untuk mencari fungsinya.

Berkaitan dengan sistem penulisan pada diagram blok, dalam buku ini selanjutnya notasi (s) pada gain penguatan maupun umpan balik akan dihilangkan untuk mempersingkat sistem penulisan, namun perlu diketahui secara substansi masih tetap ada. Dengan demikian kasus gambar 4.13 apabila dituliskan kembali menjadi gambar 4.14. Pada gambar 4.14 juga diberi tanda kotak bergaris putus-putus untuk bagian yang akan digeser.

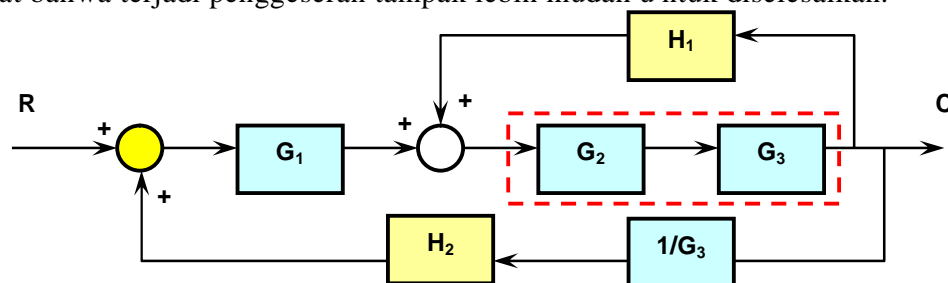


Gambar 4. 14 Diagram blok kasus gambar 4.13

Langkah penyelesaian dari kasus gambar 4.14 adalah dengan cara menggeser  $H_2$  disebelah kanan  $G_3$ . Penggeseran dapat dilakukan dengan aturan aljabar diagram blok pada tabel 4.1 nomor 7.

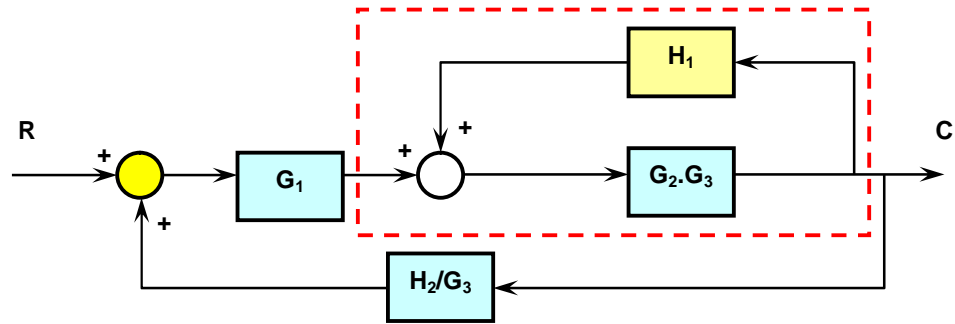


Perubahan yang diperoleh dari penggeseran ditunjukkan gambar 4.15. Terlihat bahwa terjadi penggeseran tampak lebih mudah untuk diselesaikan.

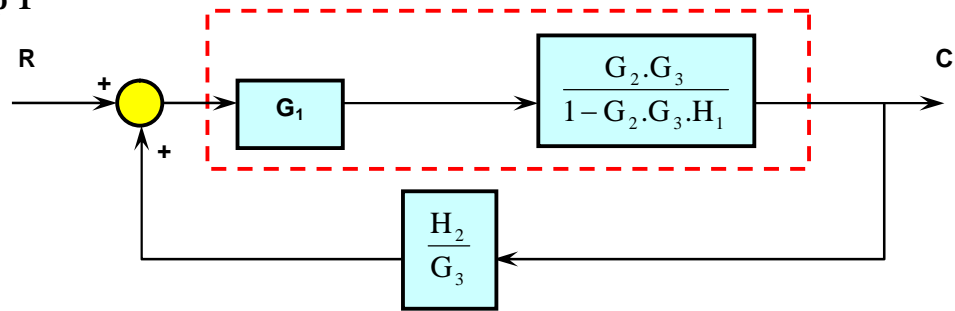


Gambar 4. 15 Diagram blok perubahan gambar 4.14

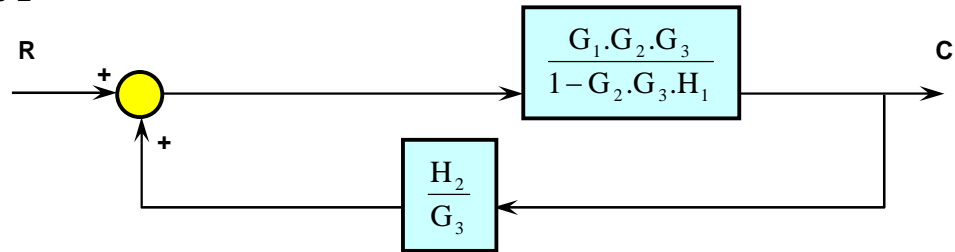
Tahapan penyelesaian gambar 4.15 adalah sebagai berikut



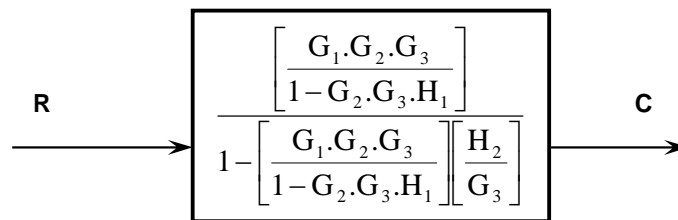
**Tahap 1**



**Tahap 2**



**Tahap 3**



**Tahap 4**

$$\frac{C}{R} = \frac{\left[ \frac{G_1 \cdot G_2 \cdot G_3}{1 - G_2 \cdot G_3 \cdot H_1} \right]}{1 - \left[ \frac{G_1 \cdot G_2 \cdot G_3}{1 - G_2 \cdot G_3 \cdot H_1} \right] \left[ \frac{H_2}{G_3} \right]} = \frac{G_1 \cdot G_2 \cdot G_3}{1 - G_2 \cdot G_3 \cdot H_1 - G_1 \cdot G_2 \cdot H_2}$$